経営科学的意思決定モデルの本質と限界についての一考察

張本　浩

A Study of the Essence and the Limits of the Decision Making Models in Management Science

abstract

本研究では，戦術的意思決定問題に対する規範的な解決策(normative solution)を見つけることを目標として登場した経営科学の理論や手法の要点を整理するとともに，「意思決定環境に関する情報」というイッシュに注目し，(1)意思決定(モデル)の形式(form)と本質(essence)，(2)意思決定に用いられる情報とはどういうものでありどのように測ることができるのか，(3)意思決定モデルや意思決定理論と手法に内包する問題点や限界，などを浮き彫りにする。

情報の価値の測定においては，情報理論における情報量の定義を援用する。情報理論では「情報とは，不確実性を減らす何らかの追加的知識」と定義され，環境の不確実性の減少量を情報量とする。この定義では環境そのものの不確実性だけが主な考察対象とされるが，人間の意思を内包する意思決定という現象にこの定義を適用することにより情報の価値を求めることができるようになる。すなわち，各意思決定環境の下で意思決定者がある決定原理に基づいて選択した行動により獲得する最適値を不確実性の値と考えると，各意思決定環境間の最適値の差を情報の価値と見ることができる。本研究では，このような定義の下で，情報の価値を測るプロセスを提示する。

key words

decision making, uncertainty and risk, decision making principles, value of information，mathematical model, simulation model.

a table of contents

1. はじめに(Introduction)

限界分析(Marginal Analysis)を出発点とするミクロ経済学(Micro-Economics)の一角を占める企業の理論(Theory of the Firm)では，もともと実体のつかめない代表的企業という抽象的な経済主体を想定し，さらにその経済主体は市場(market)や自分の置かれている環境に関する情報(需要関数や生産関数など)を有するという仮定の下で理論が展開されている。すなわち，経済理論は諸仮定の上に築かれたものであるので，企業が現実的な解決策を模索する場合，その諸仮定がすべて実現しないと経済理論は役に立たない側面がある。そのような経済理論に対する反省としてより高い実用性を目指して登場したのが経営科学であり，それは戦術的意思決定問題に限定して規範的な解決策(normative solution)を見つけることを目標としている。ところで，戦略的意思決定問題のみならず，戦術的意思決定問題にも不確実的要素が混ざっている場合が多く，そのような場合には規範的な解決策を見つける可能性は低くならざるを得ない。また，経営科学にも理論展開にはいくつかの暗黙的な仮定(前提)が設けられている。したがって，多くの経営科学の理論および経営科学的問題解決手法を利用した実証研究にそのような限界が内包されているにもかかわらず，理論モデルおよび実証研究モデルにおける諸々の仮定や不確実的要素に対する明確な記述や説明が足りないことにより，理論や研究結果の応用に際して必ずしも適切と思えない行動がとられる可能性が高いと言わざるを得ない。

本稿では，経営科学的理論や手法の要点を整理するととも，「意思決定環境に関する情報」というイッシュ(issue)に注目し，(1)意思決定環境と意思決定基準の本質の明示，(2)不確実な意思決定環境の下で意思決定者の用いる情報の実態と処理プロセスの具体化，(3)情報価値の測定の定式化，などを試みることにより意思決定の際意思決定者の用いる情報の価値がどのように決められるのかを浮き彫りにする。また，この過程の中から経営科学的理論や手法にどのような限界が含まれているのかを明らかにすることによって，経営科学的理論や手法，およびそれらを利用した研究結果を応用する際に留意すべきところを考察していく。経営科学的理論や手法に関するの本質や限界についての先行論考は分野別に散見されるが，「経営科学的意思決定モデルと情報」いう枠組みの中での統一的な考察はこれが初めてであると思う。

2. 意思決定モデル(Decision Making Model)

2.1 フレームワーク(framework)

意思決定は「将来実行すべき行動(action)を現時点で選択(choice)すること」である。したがって，意思決定の時点で将来の環境が不確実である場合，意思決定者は将来環境の不確実性を減らしより満足的な結果を獲得するためになんらかの情報を用いることになる。

意思決定の構成要素[1)]は，(1)環境の状態(state of nature)，(2)行動(action)，(3)結果(result)に分けられる。

一般に，将来どういう「環境の状態」が実現するかは意思決定者がコントロールすることのできないものである。将来起こり得る環境の状態が n 通りあるとすれば，そのすべてからなる集合(状態空間)は次のように示すことができる。

$$S = \{s_1,\ s_2,\ \cdots,\ s_j,\ \cdots,\ s_n\} \qquad (2.1)$$

例えば，株式投資の場合，所有株式の売却時の景況を環境と考え「下向き，横ばい，上向き」の 3 つの状態に分けたとすれば，「s_1 = 下向き，s_2 = 横ばい，s_3 = 上向き」となる。所有株式の売却時にどの環境の状態が出現するかは現時点では不確かであり，意思決定者はそれをコントロールすることはできない。

環境とは対照的に,「行動」は意思決定者が自らの判断で決めることのできるものである。意思決定者が取り得る行動が m 通りあるとすれば,そのすべてからなる集合(行動空間)は

$$A=\{a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_m\} \qquad (2.2)$$

と示すことができる。例えば,株式投資をする場合,どの銘柄を何株買うかが行動となり,意思決定者が限られた予算のなかで 4 つの銘柄(A, B, C, D)を購入対象に絞ったとすれば,「a_1 =A 株購入,a_2 =B 株購入,a_3 =C 株購入,a_4 =D 株購入」となる。意思決定者はこの 4 つの行動の中から最終的に 1 つ(あるいは複数)の行動を選択しなければならず,故に行動は決定変数ともいわれる。

意思決定者が a_i の行動を取ることを決め,環境の状態として s_j が実現 (あるいは s_j がおこると仮定)すると,それらの組合せからある「結果」が生まれる。結果を r_{ij} で表わせば,

$$r_{ij} = f(a_i,\ s_j) \qquad (2.3)$$

となる。例えば,前例の株式投資の場合,売却時の環境の状態として下向き(s_1)が実現(あるいは仮定)され,意思決定者が B 株購入(a_2)の行動を選んだとすると,意思決定者はその結果として株式投資から最終的に $r_{21} = f(a_2,\ s_1)$ の結果を得ることになる。

以上のように体系化することのできる意思決定モデルは「意思決定者が環境の動向を予測しながら意思決定者の得られる結果ができるだけ望ましいものとなるよう行動を決める」ために用いられる。

＜表 1: 株式投資＞

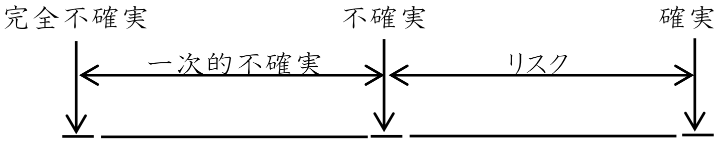
銘柄＼環境	売却時の景況		
	下向き(s_1)	横ばい(s_2)	上向き(s_3)
A(a_1)	r_{11}	r_{12}	r_{13}
B(a_2)	r_{21}	r_{22}	r_{23}
C(a_3)	r_{31}	r_{32}	r_{33}
D(a_4)	r_{41}	r_{42}	r_{43}

2.2 意思決定環境(state of nature of decision making)

意思決定における不確実性は,「意思決定者のとる行動に対応して将来おこり得る環境の状態が複数存在するような状況」あるいは「意思決定者のとる行動とその結果との 1 対 1 の対応が成立しないような状況」と定義する[2)]ことがとできる。

そのような状況の下で意思決定者は確かでない環境の状態をより確かなものとするために情報を必要とし,その情報は意思決定者がより好ましい結果を獲得することのできるような行動を選択するのに役立つであろう。したがって,不確実性下の意思決定と情報というテーマの下では,環境の状態をどう分類するかということと,分類された環境の状態の下で意思決定の最終結果に基づき情報の価値をどう測るかということが重要課題とならざるを得ない。

意思決定者がコントロールすることのできない環境は，もっとも簡潔に分けると，そのなかに含まれる不確実性の度合に基づき＜図 1＞に表されているような 5 つの状況に分類する[3)]ことができる。



＜図 1: 不確実性の度合に基づく環境の分類＞

完全不確実(perfect uncertainty)とは，環境の状態がどういうものであるかまったく不明な状況であり，故に無知ともいわれる。それに対して，環境の状態の一部が規定できるような状況は一次的不確実(primary uncertainty)といわれ，環境の状態がすべて規定できるような状況は単に不確実(uncertainty)といわれる。例えば，＜表 1 ＞のように，環境の状態が $S=\{s_1,\ s_2\ ,\ s_3\}$ のとして明確に規定できるだけの状況がいわゆる不確実の状況である。次に，リスク(risk)とは，環境の状態がすべて規定できるのに加えて，各環境の状態の発生確率(以下「状態確率分布」と略称する)までが利用可能な状況である。例えば，「 $S=\{s_1,\ s_2\ ,\ s_3\}$ 」のように規定される環境の状態に対して，「 $\Pr(s_1)=0.3,\ \Pr(s_2)=0.5,\ \Pr(s_3)=0.2$ 」のような状態確率分布が用いられる状況がリスクの状況である。最後に，確実(certainty)とは，環境の状態がただ 1 つしか存在しない状況である。

参考までに，「 $S=\{s_1,\ s_2\ ,\ s_3\}$ 」のように規定される不確実の状況に「不十分理由の原則[4)]」を適用して「エントロピー[5)]」を求めてみると 1.585 ビットとなり，「 $\Pr(s_1)=0.3,\ \Pr(s_2)=0.5,\ \Pr(s_3)=0.2$ 」のような状態確率分布が用いられるリスクの状況のエントロピーは 1.485 ビットとなるので，状態確率分布は 0.1 ビットの情報量を持つことになる。確実の状況では曖昧さがまったく存在しないのでエントロピーは 0 ビットとなる。

意思決定において最初に注意すべきことは，意思決定モデル(決定分析理論)の適用範囲に関することである。環境を 5 つの状態に分類すると決定問題もそれに応じて 5 つの型に分けられるが，決定分析理論で取り上げられるのは「不確実的決定問題」と「リスク的決定問題」の 2 つだけである。環境の状態が規定できない完全不確実と一次的不確実の場合は決定問題を構成すること自体が不可能であり，確実の場合では環境の状態が 1 つしか存在しないので，確実的決定問題はその 1 つの環境状態下で各行動の結果を比較しもっとも好ましい結果をもたらす行動を選択するという単純決定問題に帰着するからである。

意思決定に関わる次の注意点は，将来の環境の状態の規定に関することである。現時点において将来の環境の状態はあくまでも不確実であり，そのような状況に下で意思決定者は現時点で環境の状態の数(n)および中身を決めなければならない。ところで，意思決定者に環境の状態を客観的に規定することのできるようにする十分な情報がない場合，環境の状態はあくまでも意思決定者の主観(意思決定者の知識や経験などによって形成される価値観)によって決められることになる。意思決定者の知識や経験が豊富であればあるほど，環境の状態はより現実的に規定される可能性が高まると思われるが，それにしても環境の状態の規定に意思決定者の主観が反映されることは避けられない。

意思決定に関わる第3の注意点は，環境の状態の規定に意思決定者の主観が反映される場合，その主観性が高くなればなるほど，環境の状態の下で推定される結果値も当然のことながら主観性の高いものとならざるを得ないということである。すなわち，環境の状態と結果値の両方に意思決定者の主観が反映されることになるので，意思決定に際してはできる限りの客観性の確保に気を配るべきである。

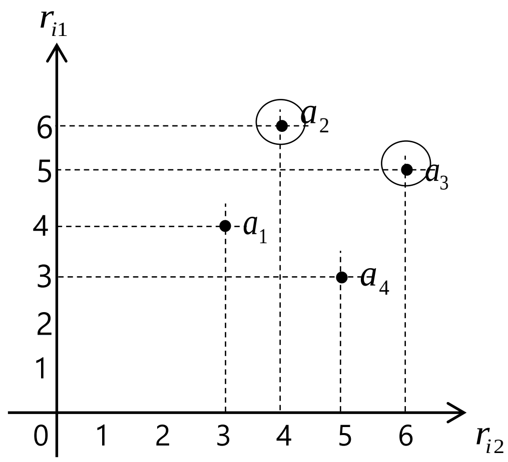
意思決定に関わる第 4 の注意点は，意思決定の対象期間が長くなればなるほど環境の状態が不連続的に変化する可能性が高くなるので，意思決定のタイムスパン(time span)は意思決定が有効と働く期間に限定すべきであるということである。

環境に関わる最後の注意点は，行動の選択に関することである。例えば，＜表 2＞のように表わされる不確実的決定問題があるとき，最大利得を確保するにはどの行動を選択すべきであろうか。ここでは複数の行動が他の行動より好ましい結果をもたらすので，その複数の行動のなかから 1 つの行動を選択するための手がかりとしてまず行動の順序づけを行なって見ることにする。

まず，どの状態がおきても常に a_2 は a_1 より高い利益が得られる。このとき" a_2 は a_1 より優越(dominant)である"といい，$a_2 \succ a_1$ と記す。a_3 と a_4 に関しては，$a_3 \succ a_4$ である。優越な行動の集合は有効集合といわれ，それを D で表わすと，＜表 2＞のような利得の下においては D={a_2 , a_3}である。

＜表 2：利得表＞　(単位省略)

A \ S	s_1	s_2
a_1	3	4
a_2	4	6
a_3	6	5
a_4	5	3



＜図 2：利得平面＞

有効集合の定義により有効集合に属する行動だけが最適行動になることができ，それらは「パレート最適行動[6)]」と呼ばれる。無数な行動が存在する状況を仮定すれば，それらの行動は連続曲線で表わされ，図の右上の曲線上のすべての行動がパレート最適行動となる。

もしもある特定の行動の結果があらゆる環境の状態の下で他のすべての行動の結果を上回る場合には当然その行動が唯一のパレート最適行動となり，それを選ぶのが最適であることはいうまでもない。すなわち，すべての $i\ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ m\ :\ i \neq k)$ に対して，結果(r_{ij})が

$$r_{kj} \geq r_{ij} \quad : \quad j=1,\ 2,\ \cdots,\ n \qquad (2.4)$$

であるとき，a_k は最適行動となる。確実の場合の決定問題は環境の状態が 1 つしか存在しないので，最適行

動は一意的に決まる。しかし，不確実的決定問題とリスク的決定問題の場合，前例(表 2 と図 2)のように，複数のパレート最適行動が存在する場合には最適行動は一意的に決まらない。その場合，意思決定者が複数のパレート最適行動のなかから 1 つの最適行動を選ぶには「意思決定原理」を用いなければならない。

2.3 意思決定原理(decision making principle)

代表的な決定原理としては以下のようなものがある。但し，結果 (r_{ij}) は利得値であるとする。

・ラプラス原理(*Laplace* principle) :

Choose a_k such that $s_k = \max_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{n}r_{ij}\right)$ (2.5)

・マクシミン原理(*maximin* principle) :

Choose a_k such that $s_k = \max_{i=1}^{m}\left(\min_{j=1}^{n} r_{ij}\right)$ (2.6)

・ミニマックス原理(*minimax* principle) :

Choose a_k such that $s_k = \min_{i=1}^{m}\left(\max_{j=1}^{n} L_{ij}\right)$ (2.7)

on condition that $L_{ij} = \left(\max_{k=1}^{m} r_{kj}\right) - r_{ij}$ (2.8)

・ハーヴィッツ原理(*Hurwicz* principle) :

Choose a_k such that $s_k = \max_{i=1}^{m}\left\{\delta\left(\min_{j=1}^{n} r_{ij}\right) + (1-\delta)\left(\max_{j=1}^{n} r_{ij}\right)\right\}$ (2.9)

上式の中の n は環境の状態の数，m は行動の数，(2.9)式の中の δ は意思決定者の悲観度(pessimism index)である。意思決定者の悲観度は，例えば，次のような方法により決められる。

＜表 3 : 利得表＞ (単位省略)

A \ *S*	s_1	s_2	min	max	δ · min+(1 − δ) · max
a_1	1	0	0	1	(1 − δ)
a_2	*v*	*v*	*v*	*v*	*v*

意思決定者が「2 つの行動に対して無差別である(同等に好む)」と考えると，(1 − δ) = *v* となるので，δ=(1 − *v*)となる。したがって，意思決定者が「2 つの行動が自分にとって無差別となるように *v* の値を決める」と，δ が決まる。

以上の 4 つの決定原理は各行動に対する評価値としてただ 1 つの数値(最適値)を付与するので，各行動の完全な順位づけ(perfect ranking)を可能とする。これらの 4 つの決定原理は結果値の 1 次変換値に対しても同じ結論を導く。これらの意思決定原理のさらなる特性についてはサイモン(Herbert A. Simon)[7)]を参照されたい。

ところで，各決定原理によって得られる解はそれぞれ異なり得る。＜表 2＞の利得に「マクシミン原理」を適用すると，

$$s_k = \max_{i=1}^{4}\left(\min_{j=1}^{2} r_{ij}\right) = \max_{i=1}^{4}(3,4,5,3) = 5$$

となり，この最適値(5)は行動 a_3 によってもたらされるので，最適行動は a_3 となる。しかし，＜表 2＞に δ=0.2 として「ハーヴィッツ原理」を適用すると，

$$s_k = \max_{i=1}^{4}\left\{0.2\left(\min_{j=1}^{2} r_{ij}\right) + 0.8\left(\max_{j=1}^{2} r_{ij}\right)\right\} = \max_{i=1}^{4}\{3.8,\ 5.6,\ 5.2,\ 3.4\} = 5.6$$

となり，この最適値(5.6)は行動 a_2 によってもたらされるので，最適行動は a_2 となる。このように，2 つの決定原理によって選ばれる最適行動が一致しない場合が往々にして出現し，その場合，複数の決定原理の中からどの決定原理を用いるべきかが問われるが，その問に対する客観的な答えは存在しない。したがって，ここでも，決定原理採用の拠り所は，結局のところ，意思決定者の主観にならざるを得ない。ところで，人の主観(信念や価値観)というものは優劣をつけられるような性質のものではないとすれば，意思決定問題に対する異なる解の優劣もつけられないことになる。

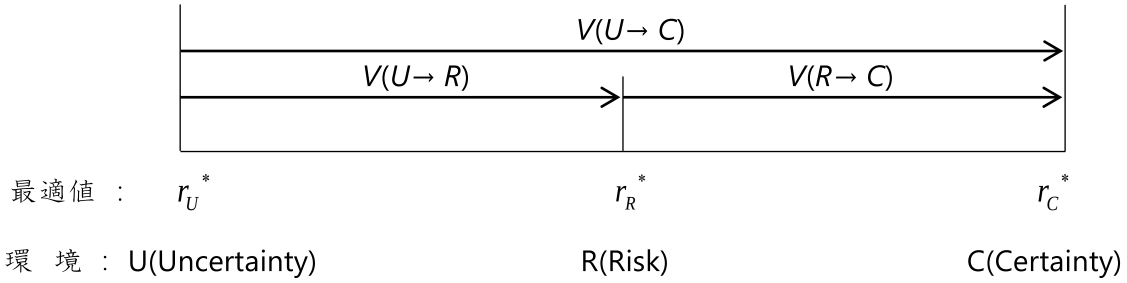
2.4 意思決定環境と情報の価値(value of information)

意思決定者は環境ごとに異なる情報を持つ。したがって，「不確実，リスク，確実」の意思決定環境をそれぞれ「U 環境，R 環境， C 環境」と呼ぶことにすれば，それぞれの環境の下で意思決定者のもつ情報はそれぞれ「U 型情報，R 型情報，C 型情報」と呼ぶことができる。ところで，3 つの意思決定環境とその環境の下で意思決定者のもつ情報とは同じ意味をもつので，混同のおそれのないときには意思決定環境と情報とを区別せず単に U，R，および C と略称する。

情報理論では「情報とは，不確実性を減らす何らかの追加的知識」と定義され，環境の不確実性の減少量を情報量とする。この定義では環境そのものの不確実性だけが主な考察対象とされているが，人間の意思を内包する意思決定という現象にこの定義を適用することにより情報の価値を求めることができるようになる。すなわち，各意思決定環境の下で意思決定者がある決定原理に基づいて選択した行動(a^*)により獲得する最適値(r^*)を不確実性の値と考えると，各意思決定環境間の最適値の差を情報の価値と見ることができる。 例えば，結果値が不満や後悔などのようなネガティブ(negative)な性格の数値で与えられ，U 環境下で得られる最適値を $r_U{}^*$ ，R 環境下で得られる最適値を $r_R{}^*$ とすると，意思決定環境を U から R へ移行させるような情報の価値は

$$V(U \to R) = r_U{}^* - r_R{}^* \qquad (2.10)$$

として求めることができる。任意の意思決定環境から C 環境に移行させる情報[$V(\otimes \to C)$]は一般に完全情報(perfect information)と呼ばれ，任意の意思決定環境において環境の状態をただ 1 つに限定してくれる情報を意味する。



＜図 3：意思決定環境＞

以上のような意思決定環境と情報価値の定義に基づいて情報価値の測定を定式化するために，「一定期間中の需要がY_0 =[α～β]の商品を仕入れて販売する店において，商品 1 個の売れ残りの損失をa，商品 1 個の販売利益を b として，最適仕入量を決める」という最適化問題を取り上げ，各意思決定環境の下における最適値に基づいて情報の価値を求めてみることにしよう。

最適仕入量を決めるための決定原理として「ミニマックス原理」を用いることにし，その原理を適用するために，まず，次のように機会損失(opportunity loss)を求める。

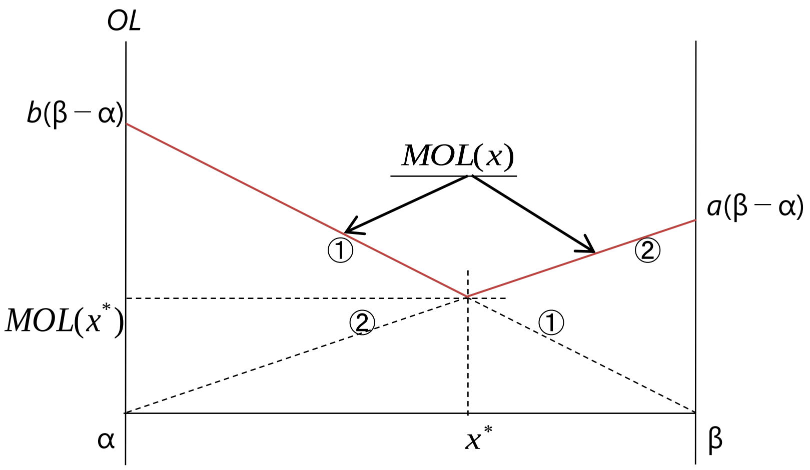
仕入量を x，需要を y とすると，売れ残る($x>y$)場合の機会損失(超過機会損失，over-opportunity-loss)と品切れ($x<y$)の場合の機会損失(不足機会損失, under-opportunity-loss)はそれぞれ次式により求められる。

$$\left.\begin{aligned} &\text{超過機会損失}: OL^o(x,y) = a(x-y) \\ &\text{不足機会損失}: OL^u(x,y) = b(y-x) \end{aligned}\right\} \quad (2.11)$$

上式に一定期間中の需要Y_0 =[α～β]を組み込むと，

$$\left.\begin{aligned} &\text{最大超過機会損失 ①}: MOL^o(x,\alpha) = a(x-\alpha) \\ &\text{最大不足機会損失 ②}: MOL^u(x,\beta) = b(\beta-x) \end{aligned}\right\} \quad (2.12)$$

となる。



＜図 4：U 環境の最適化 I ＞

(2.12)式の①と②は＜図 4＞のように表されるので，最大機会損失は

$$MOL(x) = \max(①,②) = \begin{cases} b(\beta - x), & x < x^* \\ a(x-\alpha), & x \geqq x^* \end{cases} \qquad (2.13)$$

により求められる。

＜図 4＞からもわかるように，最大機会損失がもっとも小さくなるのは直線①と直線②とが交わるところであるので，(2.13)式の①＝②により最適仕入量(x^*)は次式により求められる。

$$x^* = \frac{a\alpha + b\beta}{a+b} \qquad (2.14)$$

最適仕入量(x^*)における最大機会損失は，(2.14)式を(2.13)式に代入すると，

$$MOL(x^*) = \frac{ab(\beta - \alpha)}{a+b} \qquad (2.15)$$

となる。

例えば，週間需要がY_0=[10～20]の商品のを仕入れて販売する店において，商品 1 個の売れ残りの損失を 2 万円(*a*=2)，商品 1 個の販売利益を 3 万円(*b*=3)とすると，最適仕入量(x^*)とそのときの最大機会損失は次のようになる。

$$x^* = \frac{2\times10+3\times20}{2+3} = 16\ (\text{個}),\quad MOL(x^*=16) = \frac{2\times3\times(20-10)}{2+3} = 12\ (\text{万円})$$

以上は「ミニマックス原理」に基づく意思決定の定式化であるが，次に「ハーヴィッツの原理」による意思決定について考察する。

ミニマックス原理が最大機会損失に基づく決定原理であるのに対して，ハーヴィッツ原理は，「各行動における最大機会損失と最小機会損失の両方を考慮して行動を選択する」決定原理である。ここでは結果が損失値であるので，(2.9)式は次のように表される。

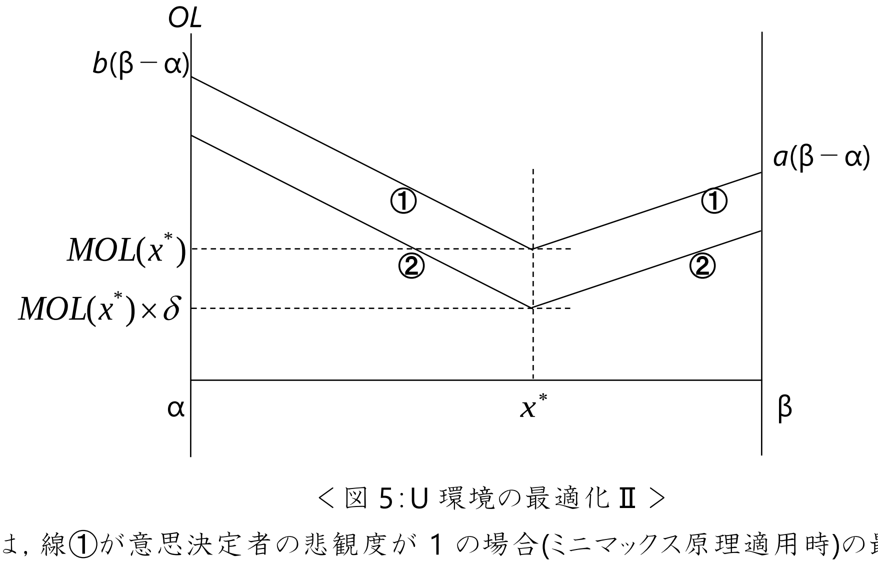
$$\text{Choose}\quad a_k\quad \text{such}\quad \text{that}\quad s_k = \min_{i=1}^{m}\left\{\delta\left(\max_{j=1}^{n} r_{ij}\right)+(1-\delta)\left(\min_{j=1}^{n} r_{ij}\right)\right\}\qquad (2.16)$$

ハーヴィッツ原理は，δ=1 の場合には「ミニマックス原理」となり，δ=0 の場合には「ミニミン原理」となることは(2.16)式から容易に確かめられる。

ところで，本節で取り上げる最適化問題においては，各行動における最小機会損失 $\left(\min_{j=1}^{n} r_{ij}\right)$ はゼロとなるので，(2.16)の決定原理は次のように変わる。

$$\text{Choose}\quad a_k\quad \text{such}\quad \text{that}\quad s_k = \min_{i=1}^{m}\left\{\delta\left(\max_{j=1}^{n} r_{ij}\right)\right\}\qquad (2.17)$$

すなわち，「各行動における最大機会損失 $\left(\max_{j} r_{ij}\right)$ に悲観度(δ)をかけて求められる値を比較してその値が最小となる行動を選択する」ことになる。したがって，もしも意思決定者の悲観度が 0.8 の場合，最大機会損失は悲観度が 1 の場合より 20%低下することになる。



＜図 5：U 環境の最適化Ⅱ＞

＜図 5＞では，線①が意思決定者の悲観度が 1 の場合(ミニマックス原理適用時)の最大機会損失を表し，線②が意思決定者の悲観度が 1 以下の場合(ハーヴィッツ原理適用時)の最大機会損失を表す。すなわち，意思決定者の悲観度が小さくなればなるほど最大機会損失を表す直線は下に平行移動する。したがって，意思

決定者の悲観度が$0 \le \delta \le 1$の場合の最大機会損失は意思決定者の悲観度が 1 の場合の最大機会損失$[MOL(x^*)]$に悲観度(δ)を掛けた値となる。

以上では U 環境における決定原理として，「ミニマックス原理」と「ハーヴィッツの原理」を用いたが，R 環境では状態確率分布が利用できるので，決定原理として「期待値の原理」を用いるのがふつうである。期待値の原理とは，各行動における期待値に基づいて最適行動を選択するものである。ここでは，一定期間中の商品需要Y_0＝[α～β]において x 個を仕入れたときの期待機会損失 $EOL(x)$ に基づいて最適仕入量を決めることになる。期待機会損失は期待超過機会損失と期待不足機会損失の合計であるので，

$$\begin{aligned} EOL(x) &= \int_\alpha^x OL^o(x,y)\, f(y)\, dy + \int_x^\beta OL^u(x,y) f(y)\, dy \\ &= \int_\alpha^x a(x-y)\, f(y)\, dy + \int_x^\beta b(y-x) f(y)\, dy \end{aligned} \qquad (2.18)$$

と表わされる。(2.18)式で $f(y)$ は状態確率分布の確率密度関数(probability density function)である。

次に，確率の合計は 1 であるので，次式が成り立つ。

$$\int_x^\beta f(y)dy = 1 - \int_\alpha^x f(y)dy \qquad (2.19)$$

(2.19)式を(2.18)式に代入すると，

$$EOL(x) = (a+b)\,x\int_\alpha^x f(y)dy - \left(a\int_\alpha^x y\, f(y)dy - b\int_x^\beta y\, f(y)dy\right) - bx \qquad (2.20)$$

となる。この $EOL(x)$ を最小にする x の値を求めるために，$EOL(x)$ を x について微分してゼロと置くと，

$$\frac{d\,EOL(x)}{dx} = (a+b)\int_\alpha^x f(y)\, dy - b = 0 \qquad (2.21)$$

となる。上式により，

$$\int_\alpha^{x^*} f(y)\, dy = \frac{b}{a+b} \qquad (2.22)$$

となる。この式により期待機会損失を最小にする仕入量(最適仕入量：x^*)が求められ，この x^*を(2.18)式に代入することにより最適仕入量がもたらす期待機会損失が求められる。

R 環境で状態確率分布を推定するもっとも簡単な方法は，前出の「不十分理由の原則」に基づき「各環境の状態の発生確率を同じ(一様分布あるいは矩形分布)」とみなすことである。ここでは，ます，一定期間中の商品需要は矩形分布に従う確率変数であると仮定すると $f(y)=0.1$ となり，ここでも本節の最適化問題の諸数値(Y_0 =[10～20], a=2, b=3)を(2.22)式に代入すると，

$$\int_{10}^{x^*} f(y)\,dy = \frac{3}{2+3} = 0.6$$

となるので，$x^* = 16$ となる。この最適仕入量がもたらす期待機会損失は，(2.18)式により

$$EOL(16) = \int_{10}^{16} 2(16-y)\,0.1dy + \int_{16}^{20} 3(y-16)\,0.1dy = 6\ (万円)$$

となる。すなわち，$x^* = 16$ (個)であり，この最適仕入量がもたらす期待機会損失は 6(万円)となる。

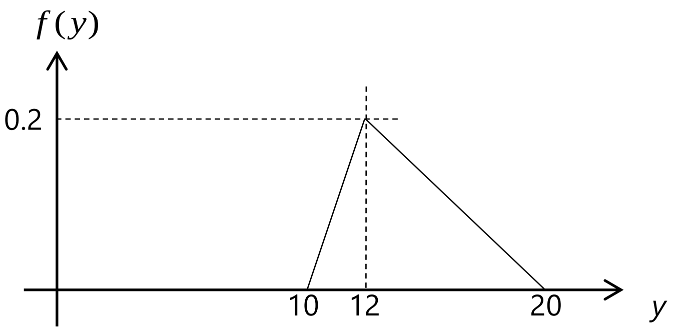
したがって，R 環境において状態確率分布が矩形分布の場合には次のような結果に帰する。

(a) $x^* = 16$ (個)， $EOL(x^*) = 6$ (万円)

(b) $V(U \to R) = 12 - 6 = 6$ (万円)

U 環境より R 環境の方で損失額が少ないのは「不十分理由の原則」に基づき矩形分布という確率情報を用いたのが原因であるので，その情報の価値は 6(万円)と見ることができる。

今度は，さらにある追加情報(以下，情報 A とする)を受け取ることにより週間需要の確率分布が矩形分布から次のような分布(三角分布)に変化したとする。



＜図 6：三角分布＞

$$f(y) = \begin{cases} 0.1(y-10)\,, & 10 \le y \le 12 \\ 0.025(20-y)\,, & 12 < y \le 20 \end{cases} \qquad (2.23)$$

(2.23)式は＜図 6＞の三角分布の確率密度関数である。一定期間中の商品需要が＜図 6＞の三角分布に従う確率変数であると仮定すると，本節の最適化問題の諸数値(Y_0 =[10～20]，a=2, b=3)の場合，(2.22)式により求められる最適仕入量は「$x^* = 14.3\,(\fallingdotseq 14)$」となる。次に，(2.18)式を用いて期待機会損失を求めると，4.5(万円)となる。

$$
\begin{aligned}
EOL(14) &= \int_{10}^{12} 2(14-y)\left[0.1(y-10)\right] dy \\
&\quad + \int_{12}^{14} 2(14-y)\left[0.025(20-y)\right] dy \\
&\quad + \int_{14}^{20} 3(y-14)\left[0.025(20-y)\right] dy \\
&= 4.5
\end{aligned}
$$

したがって，R 環境において状態確率分布として三角分布(2.23 式)が用いられる場合には次のような結果が得られる。

(a) $x^* = 14$ (個)， $EOL(x^*) = 4.5$ (万円)

(b) $V(U \to R) = 12 - 4.5 = 7.5$ (万円)

矩形分布という情報の価値が 6 万円であるのに対して，三角分布という情報の価値は 7.5 万円になる。したがって，矩形分布を三角分布に移行してくれる追加情報(A)の価値は「6-4.5=1.5(万円)」となることがわかる。

3.解析モデル(Mathematical Model)

3.1 統計分析モデル(statistical analysis model)

意思決定者が＜表 4＞のような機会損失$\left(\ell_{ij}\right)$に直面する U 環境において，状態確率分布 $p(s_j)$ が用いられるようになると U 環境は R 環境に変わる。ここで，既知の $p(s_j)$ の下でさらに追加情報 $p(z_k \mid s_j)$ が与えられる状況を考える。一般に，$p(s_j)$ は「事前確率(prior probability)」，$p(z_k \mid s_j)$ は「尤度(likelihood)」と呼ばれる。

＜表 4：機会損失表＞

A \ S	s_1	s_2	…	s_j	…	s_n
a_1	ℓ_{11}	ℓ_{12}	…	ℓ_{1j}	…	ℓ_{1n}
a_2	ℓ_{21}	ℓ_{22}	…	ℓ_{2j}	…	ℓ_{2n}
…	…	…	…	…	…	…
a_i	ℓ_{i1}	ℓ_{i2}	…	ℓ_{ij}	…	ℓ_{in}
…	…	…	…	…	…	…
a_m	ℓ_{m1}	ℓ_{m2}	…	ℓ_{mj}	…	ℓ_{mn}

<表 5：事前確率と尤度>

S \ $p(S)$ \ Z		z_1	z_2	…	z_k	…	z_o
s_1	$p(s_1)$	$p(z_1 \mid s_1)$	$p(z_2 \mid s_1)$	…	$p(z_k \mid s_1)$	…	$p(z_o \mid s_1)$
s_2	$p(s_2)$	$p(z_1 \mid s_2)$	$p(z_2 \mid s_2)$	…	$p(z_k \mid s_2)$	…	$p(z_o \mid s_2)$
…	…	…	…	…	…	…	…
s_j	$p(s_j)$	$p(z_1 \mid s_j)$	$p(z_2 \mid s_j)$	…	$p(z_k \mid s_j)$	…	$p(z_o \mid s_j)$
…	…	…	…	…	…	…	…
s_n	$p(s_n)$	$p(z_1 \mid s_n)$	$p(z_2 \mid s_n)$	…	$p(z_k \mid s_n)$	…	$p(z_o \mid s_n)$

乗法定理により，事前確率と尤度をかけると，「同時確率(joint probability)」となる。

$$p(s_j\, z_k) = p(s_j)\, p(z_k \mid s_j) \qquad (3.1)$$

また，同時確率を z_k 別に合計すると，「周辺確率(marginal probability)」というものになる。

$$p(z_k) = \sum_j p(s_j\, z_k) \qquad (3.2)$$

最後に，同時確率を周辺確率に割ると，「事後確率(posterior probability)」となる。

$$p(s_j \mid z_k) = \frac{p(s_j\, z_k)}{p(z_k)} \qquad (3.3)$$ [8)]

事後確率は事前確率に追加情報としての尤度が与えられたことによって改善された確率分布という性格を持つ。ここで，<表 4>の機会損失に尤度が与えられる前後の確率分布を適用すると，次のように各行動における「期待機会損失(Expected Opportunity Loss)」を求めることができるようになる。

(a) 追加情報(尤度)が与えられる前

次式のより各行動の期待機会損失を求め，そのなかから最小の期待機会損失をもたらす行動を選択する。

$$EOL(a_i) = \sum_j \ell_{ij}\, p(s_j) \qquad (3.4)$$

(b) 追加情報(尤度)が与えられた後

まず，z_k ごとに各行動の期待機会損失を求める。

$$EOL(a_i \mid z_k) = \sum_j \ell_{ij}\, p(s_j \mid z_k) \qquad (3.5)$$

次に，複数の行動の期待機会損失のなかから最小値を選び出しそこに z_k の発生確率をかけて合計すると，追加情報(尤度)が与えられた後の最小の期待機会損失が得られる。

$$\sum_k \left[\left\{ \min_i EOL(a_i \mid z_k) \right\} p(z_k) \right] \qquad (3.6)$$

例えば，来年度に販売を予定している2つの新商品候補(a_1, a_2)があり，そのうちの1つの商品を選択しなければならないとする。意思決定者は来年度の環境の状態を「好況(s_1)と不況(s_2)」に分けてその確率を $p(s_1)=p(s_2)=0.5$ (好況と不況の発生確率は同じである)と予想し，機会損失は＜表6＞のようになると考えているとする。

＜表6：機会損失＞

A \ S	s_1	s_2
a_1	9	3
a_2	4	8

(3.4)式により各商品の期待機会損失を求めて見ると，$EOL(a_1)=EOL(a_2)=6$ となるので，追加情報(尤度)が与えられる前には a_1 と a_2 のうちどちらを選んでいいか迷うことになる。

ここで，意思決定者はそれぞれの環境の下で新商品が販売に成功する可能性についてコンサルティング会社に諮問したところ，次のような答えが寄せられたとする。

好況の場合，新商品の販売が成功する確率 ： $p(z_1 \mid s_1)=0.8$

不況の場合，新商品の販売が成功する確率 ： $p(z_1 \mid s_2)=0.4$

＜表 7＞は事前確率分布と尤度から周辺確率分布や事後確率分布を求めるために考案した計算表である[9]。＜表7＞により周辺確率と事後確率は次のように決まる。

周辺確率分布 ： $p(z_1)=0.6,\ p(z_2)=0.4$

事後確率分布 ： $p(s_1 \mid z_1)=0.67,\ p(s_1 \mid z_2)=0.25$
$p(s_2 \mid z_1)=0.33,\ p(s_2 \mid z_2)=0.75$

＜表7：諸確率分布＞

S \ Z	$p(S)$	z_1	z_2	z_1	z_2	z_1	z_2
s_1	0.5	0.8	0.2	0.4	0.1	0.67	0.25
s_2	0.5	0.4	0.6	0.2	0.3	0.33	0.75
計	1.00	–	–	0.6	0.4	1.00	1.00

(3.5)式により z_k ごとに各行動の期待機会損失を求めて見ると，

$$EOL(a_1|z_1)=\sum_j \ell_{1j}\, p(s_j|z_1)=9\times 0.67+3\times 0.33=7$$

$$EOL(a_2|z_1)=\sum_j \ell_{2j}\, p(s_j|z_1)=4\times 0.67+8\times 0.33=5.33$$

$$EOL(a_1|z_2)=\sum_j \ell_{1j}\, p(s_j|z_2)=9\times 0.25+3\times 0.75=4.5$$

$$EOL(a_2|z_2)=\sum_j \ell_{2j}\, p(s_j|z_2)=4\times 0.25+8\times 0.75=7.0$$

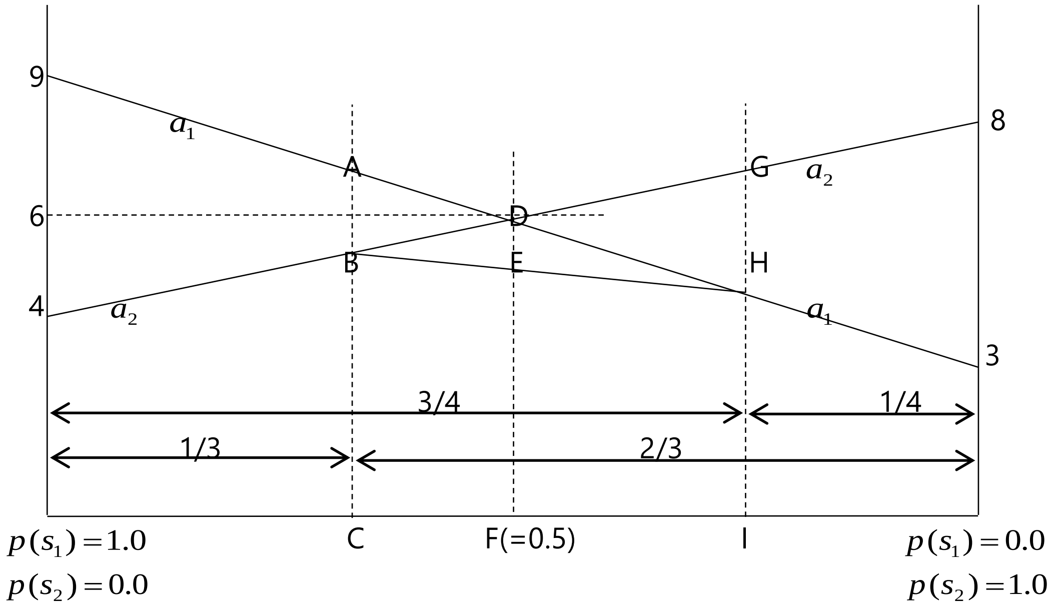
したがって，新商品が販売に「成功する(z_1)」場合の期待機会損失の最小値は「5.33」となり，新商品が販売に「失敗する(z_2)」場合の期待機会損失の最小値は「4.5」となる。

ところで，新商品が販売に「成功する確率($p(z_1)$)」は 0.6，「失敗する確率($p(z_2)$)」は 0.4 であるので，追加情報(尤度)が与えられた後の期待機会損失の最小値は(3.6)式により

$$\sum_k \left[\left\{ \min_i EOL(a_i|z_k) \right\} p(z_k) \right] = 5.33\times 0.6+4.5\times 0.4=5.0$$

と確定する。追加情報(尤度)が与えられる前の期待機会損失の最小値は「6」であり，追加情報(尤度)が与えられた後の期待機会損失の最小値は「5」であるので，追加情報(尤度)の価値は「1」となる。以上の計算プロセスを図示したのが＜図 7＞である。

情報が追加される前には $p(s_1)=p(s_2)=0.5$ であるので，期待機会損失の最小値は「DF=6」である。次に，追加情報(尤度)が与えられると，事後確率が得られる。新商品が販売に「成功する(z_1)」場合，その条件の下では $p(s_1|z_1)=0.67,\ p(s_2|z_1)=0.33$ となるので，その場合の期待機会損失の最小値は「BC=5.33」である。新商品が販売に「失敗する(z_2)」場合，その条件の下では $p(s_1|z_2)=0.25,\ p(s_2|z_2)=0.75$ となるので，その場合の期待機会損失の最小値は「HI=4.5」である。ところで，新商品が販売に「成功する確率($p(z_1)$)」は 0.6，「失敗する確率($p(z_2)$)」は 0.4 であるので，追加情報(尤度)が与えられた後の期待機会損失の最小値は「EF=5」となる。当然のことながら，「BE:EH=2:3」である。したがって，追加情報(尤度)の価値は「DF(6)-EF(5)=DE(1)」である。



＜図 7：情報の追加と期待機会損失＞

3.2 その他の分析モデル(other analysis models)

説明変数(x_i)と被説明変数(y_i)との間の関係として

$$\hat{y}_i = a + (b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + \cdots\cdots + b_m x_{mi}),\quad i = 1, 2, \cdots\cdots, n,\quad n \geq m \qquad (3.7)$$

が成り立つものと仮定し，最小 2 乗法に基づいて上式の右辺の係数(a とb_j)を推定することによって被説明変数の動きを分析・予測しようとする方法が回帰である。

(3.7)式で，定数項 a を除き説明変数が 1 つしかない回帰式を単回帰式といい，2 つ以上の説明変数をもつ回帰式を重回帰式という。重回帰には 1 つの被説明変数に対して複数の説明変数が用いられる。例えば，被説明変数(y)と m 個の説明変数($x_1, x_2, \cdots, x_m$)に対して n 個の実測値がデータとして与えられている重回帰において回帰係数の推定が可能となるための条件は標本の数が説明変数の数より多いこと(すなわち，$n \geq m$)と，説明変数が互いに共線関係をもたないことである。共線関係とは両変数が似たような傾向をもつことである。もし重回帰に用いられる説明変数の中に完全な共線関係をもつ変数が含まれているとすれば，まったく同じ標本が重複的に使われることになるので，結果的に標本の数より説明変数の数が多くなってしまう。そのような場合，回帰係数を推定するのは不可能となる。しかし，完全な多重共線性が起こるのは極めて稀であり，現実におこる可能性があるのは説明変数の一部あるいは全部にかなり強い共線関係が存在する場合である。

多重共線性が存在する場合には，回帰係数の推定値の符号が期待されていたものと逆になったり，説明変数あるいはデータが追加されたり削除されたりすると回帰係数の推定値が大きく変化するなどの現象が起こり，このような現象を部分的に回避するために，データの定性分析を通じ被説明変数への影響度の低い変数や互いに類似した変数のうちより重要度の落ちる変数を削除したり，変数の一部あるいは全部を変換(例えば，対数変換)するなどの措置をとる。しかし，説明変数の多い重回帰の場合，多かれ少中れ多重共線性の問題は存在する。したがって，説得力のある回帰式を見つけるには，上述の措置を組み合わせて多くの回帰を行ない，それらの

結果を比較検討することによって回帰式を漸次修正していくことが望まれる。ところで，独立変数の一部を削除したり変換したりする場合，その効果を正確に検証するのは甚だ難しい。なぜなら，データを削除・変換する前の回帰の結果が客観的な比較対象とはならないからである。また，回帰係数が満足的に推定されたとしても，すべての独立変数値が確定的な値を取らない限り，従属変数の予測値は不正確なものになるということも回帰の限界点といえよう。

最後に，効用理論(utility theory)について簡略に考察する。

効用理論では，「確定された結果(利益あるいは損失)」ではなく，「確定された結果に対する意思決定者の評価値」に基づく意思決定を取り扱う。

評価とは簡単にいうと「選好関係による価値の順序づけ」である。意思決定者が 2 つの対象を比較して一方が他方より好ましいという評価を下すとき，2 つの対象の間には選好関係が存在するという。選好関係には「選好($\supset$)，弱選好($\supseteq$)，および無差別($\approx$)」の 3 種類がある[10]。

このような意思決定者の選好関係が合理的なものとして認められるためには，(1)比較可能性(comparability)，(2)推移性(transitivity)，および (3)両立可能性(consistency)の条件を満たさなければならない[11]。

この 3 つの条件をすべて満たすとき意思決定者の選好関係は合理的なものとして認められるわけであるが，現実に合理性条件を満たさない選好関係を見つけることはそれほど難しくない。例えば，3 つの代替行動案 *a, b, c* に対する選好順位が，X 氏：*abc*，Y 氏：*bca*，Z 氏：*cab* である場合，2 つの代替行動案の間における選好順位は $a \supset b$, $b \supset c$, $c \supset a$ となるので，ここでは選好の推移性が守られていないことになる。この他にも合理性条件を満たさない選好関係の実例は少なくないが，その原因の 1 つに現実の意思決定者の合理性が不完全であることがあげられる。しかし，効用理論では完全に合理的な意思決定者を前提にしているので，効用理論を概観するときにはその点を勘案する必要がある。

次に，比較対象の集合 Ω 上で意思決定者の弱選好($\supseteq$)が与えられているとき，Ω の各要素に実数値を対応させ，その実数値の大小によって弱選好を表わすことを考える。いいかえれば，

$$a \supseteq b \;\Leftrightarrow\; u(a) \geq u(b) \qquad \forall a, b \in \Omega \qquad (3.8)$$

を満足するような Ω 上の実数値関数 u を見出そうとする。(3.8)を満足する u は明らかに単調増加変換の範囲で唯一であり，したがって順序尺度となる。この u は効用関数と呼ばれ，序数的価値を基数的価値に変換するためのものである。このような効用関数が必要であるかどうかは問題の性質によるが，序数的価値だけではどうしても満足のいく説明のできないような問題を解決する場合にその必要性が認められる。例えば，聖ペテルスブルグの逆説(St. Petersburg's paradox)[12]は財貨の効用という概念を必要とする典型例である。そこでは，リスク回避的効用関数が用いられ，その関数の導入によって聖ペテルスブルグの逆説は解消される。実際財貨の価値がその表面上の額とは異なるというのは経験的事実であり，効用の概念はその事実を裏づけるために必要である。しかし，聖ペテルスブルグの逆説には他にもいくつかの解釈があり，効用という概念もその逆説の解消だけで正当化されるものではない。

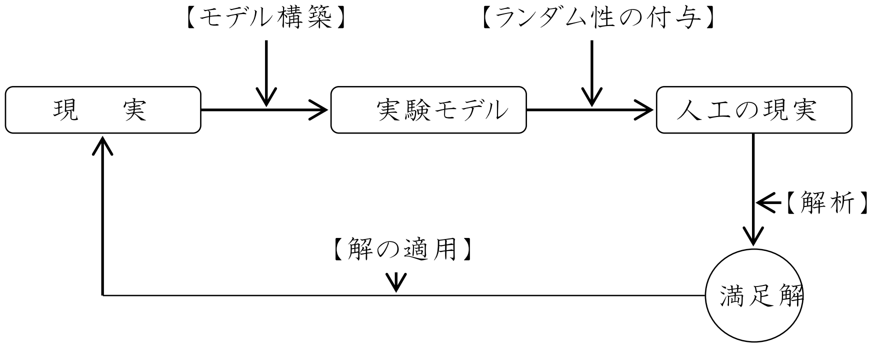
最後に，効用関数には 3 種類のもの(リスク回避的効用関数，リスク中立的効用関数，リスク選好的効用関数)が考えられるが，意思決定者は自身を取り巻く社会経済的状況が変化するとそれに従って自身のリスク性向を変える可能性の高い存在と思われる。しかし，効用理論では意思決定者のリスク性向の変動に対する記述は見つからない。

4. シミュレーションモデル(simulation model)

現実のシステムや問題(以下「現実」と略称する)は複数の仮定を設け単純化することによって数学的モデルに表わし解析的に解くことができる。しかし，解析解の現実性はモデルの単純化の程度に反比例する。すなわち，多くの仮定を設けモデルを単純化すればするほどそのモデルの提供する解析解の現実性は低くなる。反対に，仮定の数を減らし現実性の高いモデルを組み立てようとすると， 一般に諸変数間の関係が複雑になり数学的モデルの構築が不可能になったり，モデルの構築が可能であっても解の解析が困難になったりするという事態が生じる。そこで，数学的モデルの構築や解の解析が困難な現実に対して実験モデルを組み立て，それを操作することによって得られる諸結果に基づいて現実を分析しようとする手法がいわゆるシミュレーションである。いいかえれば，シミュレーションとは「実際の状況を真似た実験モデルの操作結果に基づく現実分析の手法」である。

＜図 8＞に示されているように，シミュレーションは現実を十分に認識した上でその現実を真似た実験モデルを構築することから始まる。次に，実験モデルにランダム性(randomness)を与えることによって人工の現実を作り出す。そして，人工の現実の上でさまざまな行動案を実験し，その実験結果から得られる満足的な解決策(満足解)を現実に適用することでシミュレーション終了とする。

ふつうシミュレーションモデルには多くの関数が組み込まれるが，シミュレーションはもともと数式化することのできない現実の問題を解くために施すものであるので，シミュレーションモデルの中に組み込まれる関数が非現実的なものである場合が多く見られる。すなわち，前節の限界分析のところで述べたように，例えば，ある商品の需要関数の係数の現実値を特定することが困難は場合に仮定的な数値が用いられるのである。



＜図 8：シミュレーション・プロセス＞

次に，ランダム性の付与では，現実の確率分布に乱数を当てはめて人工の現実を作り出すが，現実の確率分布の客観的推定が困難な場合にはシミュレーションでもモデル作成者の主観的確率分布を用いざるを得ないことになる。最後に，解析では，シミュレーションで再現された人工の現実に対して意思決定者の価値判断が加えられて初めて解(満足階)が得られることになる。筆者の行った，銀行のサービス窓口の数を決めるための簡単な待ち行列問題のシミュレーション[13)]では＜表 8＞のような結果が得られた。

＜表 8：シミュレーション結果＞

行動案 / 項目	1 つのサービス窓口	2 つのサービス窓口
客の待ち時間	181 分	76 分
窓口の遊休時間	4 分	67 分

2つのシミュレーションの結果を比較してみると,「窓口を2つにすれば，客の待ち時間が105分減るのに対して，窓口の遊休時間は 63 分増える」ことがわかる。単に客の待ち時間と窓口の遊休時間の合計値に基づいて窓口の数を決めるとすれば，窓口を2つにする案が選ばれることになる。しかし，客の待ち時間と窓口の遊休時間に対する意思決定者の価値判断が加わると，必ずしも窓口を 2 つにする案が選ばれるとは限らない。

5.おわりに

以上,「意思決定環境と意思決定基準の本質」,「意思決定者が意思決定の際に用いる情報の価値」，および「経営科学的意思決定理論や手法に内在する限界点」などについて考察した。

意思決定者が意思決定の際に用いる情報の価値意思決定者は不確かな環境の状態の下で環境の状態をより確かなものとし意思決定の結果を自分にとってより好ましいものとするために情報を必要とし，その情報によって好ましい結果を獲得することのできる行動の選択が可能となることや，意思決定における情報の価値は意思決定環境と不可分の関係にありその測定のプロセスなどが述べられた。すなわち，各意思決定環境の下で意思決定者がある決定原理に基づいて選択した行動により獲得する最適値を不確実性の値と考え，各意思決定環境間の最適値の差を情報の価値と見なすことによって情報の価値を図ることができた。

ところが，経済学をはじめとする多くの社会科学同様，経営科学の諸理論も様々な仮定の上に組み立てられている。したがって，経営科学的理論や手法，およびそれらを利用した研究結果を応用する際には次の点に留意する必要がある。

・複数のパレート最適行動のなかから 1 つの最適行動を選択するためには決定原理を用いざるを得ないが，用いる決定原理ごとに選ばれる最適行動が一致しない場合が往々にして出現し，その場合，複数の決定原理の中からどの決定原理を用いるべきかが問われるが，その問に対する客観的な答えは存在しない。したがって，ここでも，決定原理採用の拠り所は，結局のところ，意思決定者の主観にならざるを得ない。ところで，人の主観(信念や価値観)というものは優劣をつけられるような性質のものではないとすれば，意思決定問題に対する異なる解の優劣もつけられないことになる。
・環境の状態，意思決定者の行動，および評価に用いられる結果値，等々を客観的に決めることは大変難しく，意思決定者の主観によって決めるしかない場合が多い。すなわち，多くの場合，分析に用いられるデータや分析結果などの客観性は部分的にしか保証されない。
・統計学は「過去の傾向の将来への再現」を前提としているが，過去の傾向が概ねそのとおり将来に再現されるとは限らない。
・統計分析の場合，データの一部を少し変えただけで結果値が大きく変わることが往々にして生じる。従って，モデルに組み込まれる諸変数を綿密に検討し，分析モデルの設計や分析結果の解析などを計画的に行うことが求められる。
・回帰の場合，説明変数の多い重回帰の場合，多かれ少中れ多重共線性の問題は存在する。したがって，説得力のある回帰式を見つけるには，上述の措置を組み合わせて多くの回帰を行ない，それらの結果を比較検討することによって回帰式を漸次修正していくことが望まれる。ところで，独立変数の一部を削除したり変換したりする場合，その効果を正確に検証するのは甚だ難しい。なぜなら，データを削除・変換する前の回帰の結果が客観的な比較対象とはならないからである。また，回帰係数が満足的に推定されたとしても，すべての独立変数値が確定的な値を取らない限り，従属変数の予測値は不正確なものになるということも回帰の限界点といえよう。

・効用関数はあくまでも意思決定者個人のものであり，客観的なものではない。また，意思決定者は自身を取り巻く社会経済的状況の変化によって自身の効用関数(リスク性向)を変える可能性のある存在と思われるが，効用理論では意思決定者のリスク性向の変動は考慮されていない。
・シミュレーションの場合，結果値は満足解である(最適解ではない)。

サイモン(Herbert A. Simon)の指摘したとおり，人間は「限定された合理性(bounded rationality)」しか持たない存在であるので，理論の構築や現実の把握において不完全な結果に直面することは当然のことである。しかし，そのような事実を常に認識することは，誤りの可能性の高い解決策を回避したり，より現実的な解決策の発見につながると思われる。

注

1)「宮川公男『意思決定論－基礎とアプローチ』中央経済社，平成 17 年 4 月，51－52 ページ」には，「どのような意思決定についても，少なくとも次の七つの共通の要素を認めることができる。なわち，(1)意思決定者，(2)目的，(3)自然の状態，(4)代替案，(5)結果，(6)自然の状態，代替案と結果の間の関係，(7)代替案の評価と選択，である」と説いているが，本稿では，本質的な要素として，「(3)自然の状態＝環境の状態，(4)代替案＝行動，(5)結果」の 3 つの要素のみを取り上げることにする。

2) 前掲書，89－90 ページ

3) 宮川公男『意思決定の経済学Ⅰ』丸善，昭和 58 年 1 月，17－18 ページ

4) “環境の状態の確率分布は未知である”ということを“各環境の状態の発生確率は同等である”と解釈する原則

5) 集合 A: $\{a_1, a_2, \cdots, a_N\}$ があり， $p(a_1)=p_1,\ p(a_2)=p_2, \cdots,\ p(a_N)=p_N$ (但し，

$p_1+p_2+\cdots+p_N=1$)である場合，その確率分布のエントロピーは次式により求められる．

$$H(p_1, p_2, \cdots, p_N) = -\sum_{i-1}^{N} p_i \log_2 p_i$$

一般に，エントロピーは「自然の不確かさ(曖昧さ)」を測る尺度として用いられる。

6) 少なくとも 1 つの他の目的の達成度を減少させることなしにはもはやいかなる目的の達成度をもそれ以上に増大させることのできないような状況において取られる行動をパレート最適行動という。パレート最適行動の集合をパレート有効集合(Pareto efficient frontier)といい，パレート有効集合の中から最適行動を選択するにあたっては諸目的間のトレード・オフ(trade-off)を行なわなければならない。

7) サイモンの代表的な著作と論文には以下のものがある。

Administrative Behavior, 3rd edition, Macmillan Publishing Co., Inc., New York, 1976.
The New Science of Management Decision, revised edition, Prentice-Hall, New York, 1977.
Decision Making : Rationality as process and as product of thought, Cambridge University Press, New York, 1988, pp.58-77

8)

$$\Pr(s_j \mid z_k) = \frac{\Pr(s_j\, z_k)}{\Pr(z_k)} = \frac{\Pr(s_j\, z_k)}{\sum_{t=1}^{n} \Pr(s_t\, z_k)} = \frac{\Pr(z_k \mid s_j)\Pr(s_j)}{\sum_{t=1}^{n} \Pr(z_k \mid s_t)\Pr(s_t)} \quad (3.3)'$$

9) ベイズの定理および確率の簡便計算表については，拙著『経営科学と意思決定』MS 出版, 2012, p.205-212 を参照されたい。

10) 拙著「前掲書」p.159

11) 拙著「前掲書」pp.159-160

12) 拙著「前掲書」pp.161-162

13) 拙著「前掲書」pp.102-107

参考文献

1. Morton I. Kamien, Nancy L. Schwartz, Dynamic Optimization-The Calculus of Variations and Optimal Control in Eonomics and Management, North-Holland, 1991.
2. Herman K. Van Dijk, Alain Monfort, Bryan W. Brown, Econometric Inference using Simulation Techniques, Wiley, 1995.
3. Thomas W. Knowles, Management Science－Building and Using Models, Irwin, 1989.
4. Hartmut Bossel, Modeling and Simulation, A. K. Peters, 1994.
5. Roger McHaney, Computer Simulation－A Practical Perspective, Academic Press, 1991.
6. Simon French, Decision Making, Ellis Horwood, 1988.
7. Simon French, Readings in Decision Making, Chapman and Hall, 1989.
8. David E. Bell, Howard Raiffa, Amos Tversky, Decision Making－Descriptive, normative , and prescriptive interactions, Cambridge University Press, 1988.
9. David Jennings, Stuart Wattam, Decision Making－An Integrated Approach, Pitman Publishing, 1994.
10. N. John Castellan, Jr., Individual and Group Decision Making, Lawrence Erlbaum Associates, 1993.
11. Jack Hirsbleifer, John G. Riley, The Analytics of Uncertainty and Information, Cambridge University Press, 1995.
12. Jake Ansell, Frank Wharton, Risk-Analysis, Assessment and Management, Wiley, 1992.
13. James T. McClave, P.George Benson, Terry Sincich, Statistics for Business and Economics, Prentice Hall, 1998.
14. Layth C. Alwan, Statistical Process Analysis, McGraw-Hill, 2000.
15. David Applebaum, Probability and Information, Cambridge University Press, 1996.
16. Peter C. Fishburn, Utility Theory for Decision Making, John Wiley & Sons, 1979.
17. Herbert A. Simon, Administrative Behavior, Free Press, 1976.
18. 伊藤駒之『期待効用理論』神戸大学経済経営研究所, 1986 年
19. 有馬哲･石村貞夫『多変量解析のはなし』東京図書, 1994 年
20. 北田韶彦『応用数学』八千代出版, 2003 年